

# Matlab: Các hệ DAE

---

1. Các chương trình giải phương trình vi phân – đại số
2. Ví dụ nổi bật hơi nhanh

# Ma Trận Khối Lượng Matlab

---

- Cấu trúc mô hình tổng quát

$$\frac{d\mathbf{y}}{dx} = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \quad \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0 \quad \mathbf{y} \in R^n$$

$$0 = \mathbf{g}(x, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \quad 0 = \mathbf{g}(x_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0) \quad \mathbf{x} \in R^m$$

- » Phải tính điều kiện ban đầu cho các biến đại số
- » Thường đòi hỏi nghiệm số

- Biểu diễn Ma trận khối lượng

$$\mathbf{M}(x, \mathbf{y}) \frac{d\mathbf{y}}{dx} = \mathbf{f}(x, \mathbf{y})$$

- » Thông thường,  $\mathbf{M}(x, \mathbf{y})$  sẽ là ma trận hằng, chéo hóa với 1 cho các biến vi phân và 0 cho các biến đại số

# Ma Trận Khối Lượng Matlab (tt).

- Ma trận khối lượng không suy biến
  - » Có thể được viết như hệ ODE

$$\frac{d\mathbf{y}}{dx} = \mathbf{M}^{-1}(x, \mathbf{y})\mathbf{f}(x, \mathbf{y}) = \mathbf{F}(x, \mathbf{y})$$

» Có nghiệm đối với bất kỳ giá trị ban đầu  $\mathbf{y}_0$  nào.

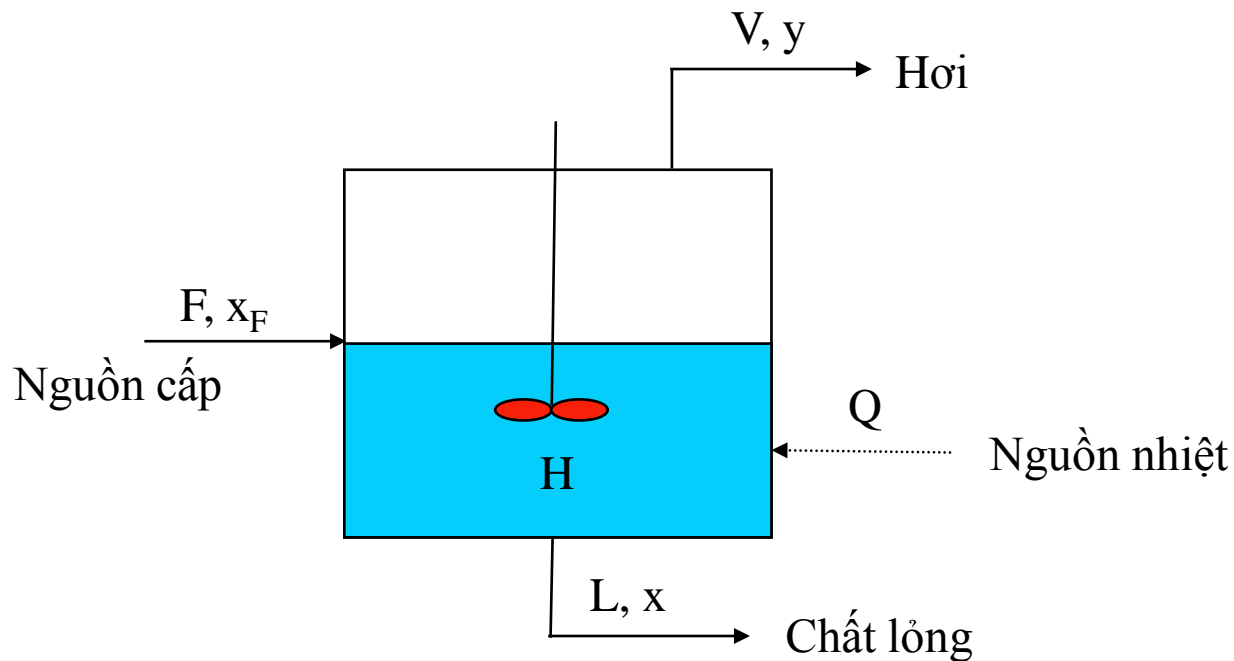
- Ma trận khối lượng suy biến
  - » Không thể biểu diễn dưới dạng hệ ODE
  - » Hệ DAE chỉ có nghiệm khi  $\mathbf{y}_0$  phù hợp

- Ví dụ hệ DAE với ma trận khối lượng hằng

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad M \frac{d\mathbf{y}}{dx}(x, \mathbf{y}) = f(x, \mathbf{y}) \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{dy_1}{dx} \\ \frac{dy_2}{dx} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x, y_1, y_2, y_3) \\ f_2(x, y_1, y_2, y_3) \\ f_3(x, y_1, y_2, y_3) \end{bmatrix}$$

# Bộ dòng chảy đôi (binary flash unit)

- Giả đồ



- Cân bằng Hơi-Lỏng

$$y = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x}$$

- Các giả thuyết

- » Nguồn cấp chất lỏng bão hòa
- » Trộn hoàn toàn
- » Bỏ qua mất mát nhiệt
- » Bỏ qua sự tắt nghẽn hơi
- » Bỏ qua sự tích lũy năng lượng
- » Nhiệt hóa hơi không đổi
- » Độ bay hơi tương đối không đổi
- » Sự ngưng trệ chất lỏng không đổi

# Phát Biểu Mô Hình

- Cân bằng khối lượng

$$\frac{dH}{dt} = 0 = F - V - L \Rightarrow L = F - V$$

- Cân bằng thành phần

$$\begin{aligned} \frac{d(Hx)}{dt} &= Fx_F - Vy - Lx \Rightarrow H \frac{dx}{dt} = Fx_F - Vy - (F - V)x \\ \frac{dx}{dt} &= \frac{F}{H}(x_F - x) - \frac{V}{H}(y - x) \end{aligned}$$

- Mô hình DAE

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{F}{H}(x_F - x) - \frac{V}{H}(y - x) \\ 0 &= y - \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x} \end{aligned}$$

# Bài Tập Matlab

## Các Mã MATLAB Để Giải DAE

Chương trình	Bài toán	Phương pháp
ode15s	Các DAE cứng lên đến chỉ số 1	Vi phân số
ode23t	Các DAE cứng vừa phải lên đến chỉ số 1	Hình thang

- Giá trị của các tham số:  $H = 5$ ,  $F = 10$ ,  $x_F = 0.5$ ,  $V = 2$ ,  $\alpha = 10$
- Nhiệm vụ
  - » Viết M-file `binary_flash.m` để đánh giá các phương trình mô hình
  - » Dùng `fsolve` để tìm nghiệm trạng thái xác lập
  - » Lấy tích phân các phương trình mô hình từ trạng thái xác lập này.
  - » Lấy tích phân các phương trình mô hình từ trạng thái xác lập này đối với các  giá trị dòng hơi  $V$  khác
  - » Vẽ đồ thị đáp ứng động học

# Các lệnh Matlab

---

Results for  $V = 2$

```
>> f = @(x) binary_flash(x);
```

```
>> xss = fsolve(f,[1 1],[])
```

```
    xss = 0.4068    0.8727
```

```
>> df = @(t,x) binary_flash(x);
```

```
>> M = [1 0; 0 0];
```

```
>> options=odeset('Mass',M);
```

```
>> [t1,y1]=ode15s(df,[0,10],xss,options);
```

Change  $V = 1$

```
>> [t2,y2]=ode15s(df,[0,10],xss,options);
```

# binary\_flash.m

---

```
function f = binary_flash(x)
```

```
H = 5;
```

```
F = 10;
```

```
xf = 0.5;
```

```
V = 2;
```

```
alpha = 10;
```

```
xv = x(1);
```

```
yv = x(2);
```

```
f(1) = F/H*(xf-xv)-V/H*(yv-xv);
```

```
f(2) = yv-alpha*xv/(1+(alpha-1)*xv);
```

```
f = f';
```



# Kết quả Matlab cho $V = 2$ và $V = 1$

